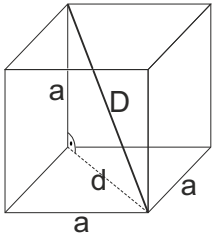


P. 1 Oblicz objętość sześcianu o przekątnej $10\sqrt{3}$ cm.



$$V = a \cdot a \cdot a \quad \text{czyli } V = a^3$$

Nie znamy jeszcze a

Z tw. Pitagorasa:

$$d^2 + a^2 = D^2$$

Ale $d = a\sqrt{2}$, czyli po podstawieniu:

$$(a\sqrt{2})^2 + a^2 = D^2$$

$$a^2 \cdot 2 + a^2 = D^2$$

$$2a^2 + a^2 = D^2$$

$$3a^2 = D^2$$

$$3a^2 = (10\sqrt{3})^2$$

$$3a^2 = 100 \cdot 3$$

$$3a^2 = 300 \quad /:3$$

$$a^2 = 100$$

$$a = \sqrt{100}$$

$$a = 10$$

Z tej linijki wynika, że:

$$D = a\sqrt{3}$$

Ostatecznie: $V = a^3$

$$V = 10^3$$

$$V = 1000 \text{ cm}^3$$

P. 2 Oblicz przekątną sześcianu, którego objętość wynosi 125 cm^3 .

$$D = a\sqrt{3} \quad \text{Nie znamy jeszcze } a$$

$$V = a^3$$

$$125 = a^3$$

Zmieniamy jednocześnie obie strony równania:

$$a^3 = 125$$

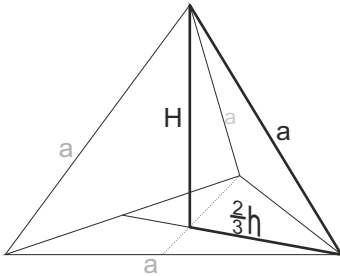
$$a = \sqrt[3]{125}$$

$$a = 5$$

$$\text{Ostatecznie: } D = a\sqrt{3}$$

$$D = 5\sqrt{3}$$

P. 3 Oblicz objętość czworościanu foremnego o krawędzi 6 cm.



Czworościan foremny jest ostrosłupem, więc jego objętość wynosi:

$$V = \frac{1}{3} P_p H$$

Podstawą jest trójkąt równoboczny więc jego P obliczymy tym wzorem:

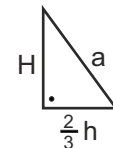
$$P_p = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$P_p = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6^2$$

$$P_p = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 36$$

$$P_p = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Wysokość H obliczymy korzystając z twierdzenia Pitagorasa:



$$\left(\frac{2}{3}h\right)^2 + H^2 = a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\left(\frac{2}{3}h\right)^2 + H^2 = a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 6$$

$$(2\sqrt{3})^2 + H^2 = 6^2$$

$$h = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$4 \cdot 3 + H^2 = 36$$

$$\frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$12 + H^2 = 36$$

$$H^2 = 36 - 12$$

$$H^2 = 24$$

$$H = \sqrt{24} \text{ cm}$$

Ostatecznie: $V = \frac{1}{3} P_p H$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot \sqrt{24}$$

$$V = 3 \cdot \sqrt{72} \text{ cm}^3$$

W teście pojawiła by się zapewne "inna" odpowiedź: $18\sqrt{2}$. Oto jak z naszego wyniku otrzymać $18\sqrt{2}$:

$$3 \cdot \sqrt{72} = 3 \cdot \sqrt{9 \cdot 8} = 3 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{8} = 3 \cdot 3\sqrt{8} = 9\sqrt{8} = 9\sqrt{4 \cdot 2} = 9 \cdot 2\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

$$\text{lub krócej: } 3 \cdot \sqrt{72} = 3 \cdot \sqrt{36 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 6 \cdot \sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

Zad. 1 Oblicz przekątną sześcianu, którego objętość wynosi 64 cm^3 .

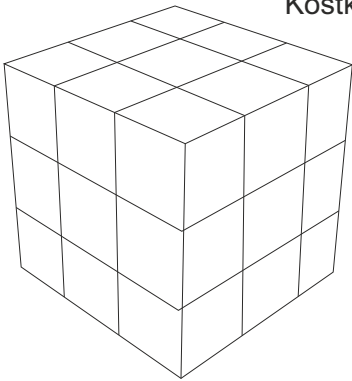
Zad. 2 Oblicz objętość czworościanu foremnego o krawędzi 12 cm.
(Doprowadź wynik do postaci $144\sqrt{2} \text{ cm}^3$).

Zad. 3 Oto 5 pojemników (Uwaga: zdjęcia NIE zachowują skali!). Który z nich ma największą, a który najmniejszą objętość?



Zad. 4 Najgłębszy odwiert na Ziemi ma 12 km. Wyobraź sobie, że wpuszczamy tam rurkę o przekroju kwadratowym (2 mm x 2 mm) tak, że jej koniec dosięga dna. Ile litrów wody wypełniłoby taką rurkę?

Zad. 5 Kostkę sześcienną pomalowano na zielono i rozcięto tak, jak pokazuje rysunek (podobnie jak kostkę Rubika). Kostka rozpadła się na małe sześcianiki. Wpisz odpowiedzi do podanych niżej pytań:



- a) Ile powstało małych sześcianików?
- b) Ile z małych sześcianików ma dokładnie trzy ściany zielone?
- c) Ile z małych sześcianików nie ma wcale zielonej ściany?
- d) Ile z małych sześcianików ma dokładnie 1 zieloną ścianę?
- e) Ile małych sześcianików ma dokładnie 2 zielone ściany?
- f) Ile małych sześcianików ma co najmniej 1 zieloną ścianę?

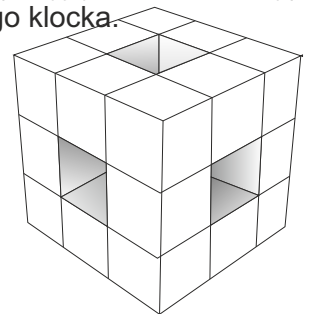
Zad. 6
Oto 1000 sześciennych klocków, każdy o krawędzi 2 cm.
Ułożono z nich wszystkich sześcian.
Jaką długość ma krawędź tego sześcianu?



Odp.:

Zad. 7
Z sześciennych klocków ułożono (sklejono) sześcian, w którym na każdej ścianie (z wyjątkiem podstawy) brakuje jednego, środkowego klocka. Ile zużyto klocków?

Odp.:



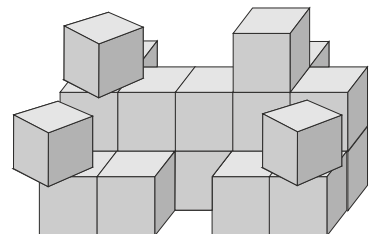
Zad. 8
Przyjmuje się, że jedna kropla wody ma objętość $\frac{1}{20}$ ml. Z ilu kropel składa się 1 litr?

Odp.:

Zad. 9 Dziewczynka trzyma w ręku listewkę o długości 1 metra. Preły, z których zbudowano całą bryłę też mają długość po 1 metrze.
Jak nazywa się ta bryła, w której stoi dziewczynka?



Zad. 10 Ile tutaj jest klocków? (kłoczek nie może wisieć w powietrzu!)



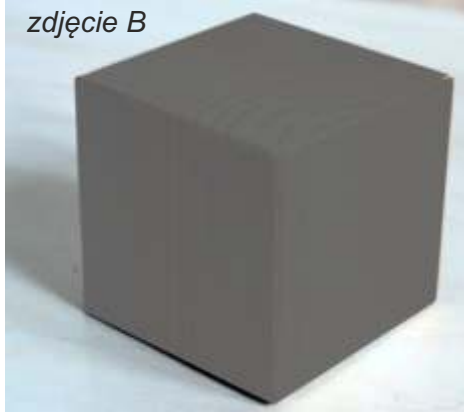
Odp.:

Zad. 11 Drewniany klocek sześcienny (zdjęcie A) pomalowano w całości na zielono (zdjęcie B), a po wyschnięciu farby pocięto go tak, jak pokazuje zdjęcie C. Klocek rozpadł się na małe kostki.

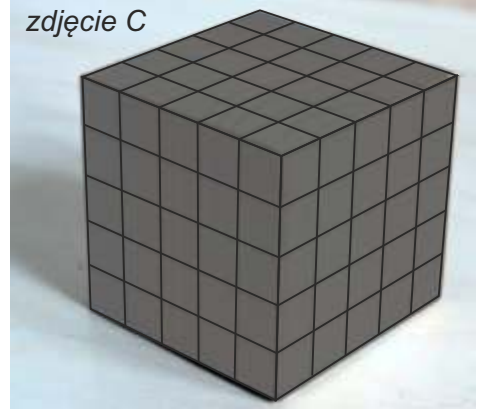
zdjęcie A



zdjęcie B

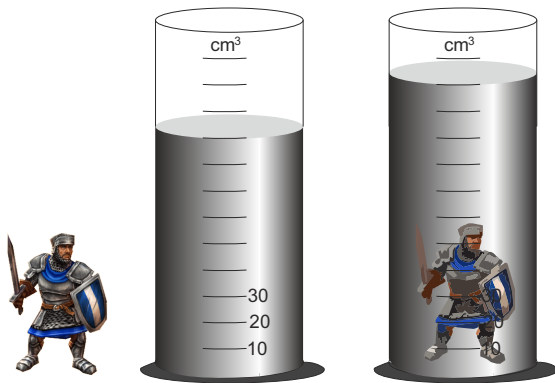


zdjęcie C



- a) Ile powstało wszystkich małych *kostek*?
- b) Ile z wszystkich *małych kostek* ma dokładnie 2 zielone ściany?
- c) Ile z wszystkich małych *kostek* nie ma ani jednej zielonej ściany?

Zad. 12 Ile waży ten srebrny posążek? (gęstość srebra to $10,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



Zad. 13

To jeszcze do niedawna największy statek świata: tankowiec *TT Knock Nevis*, który jednorazowo mógł zabrać 660 mln litrów ropy naftowej, z połowy której rafinerie produkowały benzynę. W Polsce jest około 15 mln samochodów osobowych z silnikiem benzynowym. Przyjmując, że każdy z nich chciałby zatankować 20 litrów benzyny, to czy starczyło by na taką operację ropy z tankowca Knock Nevis?

