STOSUNEK LICZB

Stosunek dwóch lub więcej liczb opisuje, jak jedna wielkość zależy od drugiej
i zapisujemy go używając znaku dzielenia.

Ⓟ W klasie ósmej jest 6 dziewcząt i 10 chłopców,
a więc stosunek dziewcząt do chłopców wynosi 6 : 10 (czytamy "*sześć do dziesięciu*")

UWAGA! Liczby wymieniamy w TAKIEJ SAMEJ kolejności, w jakiej pojawiały się dane wielkości!

W klasie ósmej jest 6 dziewcząt i 8 chłopców,
a więc stosunek dziewcząt do chłopców wynosi 6 : 10 (czytamy "*sześć do dziesięciu*")

Dziewczęta są wymienione jako pierwsze, więc najpierw jest podana liczba dla dziewcząt.

Ⓟ W klasie ósmej jest 6 dziewcząt i 8 chłopców,
a więc stosunek chłopców do dziewcząt wynosi 10 : 6

Ⓟ Aby upiec pewne ciasto potrzeba 1000g mąki, 450g cukru i 250g wody,
a więc stosunek mąki do cukru i do wody wynosi 1000 : 450 : 250

Stosunek liczb może być opisany innymi słowami:

Ⓟ Połączono benzynę z olejem **w proporcji** 40 : 1

Ⓟ **Na każde** 3 szklanki mąki **przypada** 1 szklanka cukru (czyli mąka do cukru to 3 : 1)

Ⓟ **65% klasy** to dziewczynki. To oznacza, że chłopcy to 35% klasy (bo wszyscy to 100%) ,
więc stosunek dziewcząt do chłopców w tej klasie wynosi 65:35,
a po skróceniu przez 5 otrzymamy 12:7.

Opisując stosunek dwóch lub więcej wielkości możemy używać RÓŻNYCH jednostek ale w danym zapisie ZAWSZE TYCH SAMYCH.

Ⓟ W pewnym betonie stosunek cementu do piasku wynosił 1 : 3

*Robiąc beton użyto 1 **łopaty** cementu na każde 3 **łopaty** piasku.*

*Robiąc beton użyto 1 **kg** cementu na każde 3 **kg** piasku.*

*Robiąc beton użyto 1 **wiadra** cementu na każde 3 **wiadra** piasku.*

Liczby użyte do zapisu stosunku możemy rozszerzać lub skracać (czyli tak, jak w ułamkach, możemy je mnożyć lub dzielić przez TAKĄ samą liczbę).

Ⓟ Zmieszano wodę z sokiem w stosunku 5 : 1

$$\begin{tikzcd} 5:1 \arrow[d, "\cdot 2"] & \text{lub} & 5:1 \arrow[d, "\cdot 3"] & \text{lub} & 5:1 \arrow[d, "\cdot 100"] & \text{itp.} \\ 10:2 & & 15:3 & & 500:100 & \end{tikzcd}$$

To oznacza, że zamiast 5 szklanek wody i 1 szklanki soku możemy użyć np. 10 szklanek wody i 2 szklanki soku lub 15 szklanek wody i 3 soku, itd.

Ⓟ Zmieszano mąkę z cukrem w stosunku 1000 : 400

$$\begin{tikzcd} 1000:400 \arrow[d, ":2"] & \text{lub} & 1000:400 \arrow[d, ":5"] & \text{lub} & 1000:400 \arrow[d, ":200"] \\ 500:200 & & 200:80 & & 5:2 \end{tikzcd}$$

To oznacza, że zamiast 1000 kg mąki i 400 kg cukru możemy użyć np. 5 szklanek mąki i 2 szklanki cukru.

To WAŻNE!

Zauważ, że liczby użyte w zapisie stosunku **po dodaniu** mówią ile wynosi *całość!*

Ⓟ Zmieszano piasek z cementem w stosunku $\underbrace{3 : 1}_{3+1}$

piasek (3 łopaty)

cement (1 łopata)

*razem jest **4 łopaty** mieszanki*

Ⓟ Zmieszano mąkę, cukier i wodę w stosunku $\underbrace{4 : 2 : 1}_{4+2+1}$

*razem jest np. **7 szklanek** ciasta*

Ⓟ W pewnej grupie stosunek kobiet do mężczyzn wynosi $\underbrace{4 : 5}_{4+5}$

ta grupa może liczyć 9 osób, ale może być tak

$$4 : 5 \xrightarrow{\cdot 2} \underbrace{8 : 10}_{8+10}$$

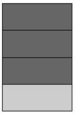
ta grupa może liczyć 18 osób, ale ...

itd.

To też WAŻNE!

Podając stosunek liczb pojawiają się ułamki:

Ⓟ Zmieszano piasek z cementem w stosunku $\underbrace{3 : 1}_{3+1}$



piasek (3 łopaty)

cement (1 łopata)

*razem jest **4 łopaty** mieszanki*

To znaczy, że piasek stanowi $\mathbf{\frac{3}{4}}$ a cement $\mathbf{\frac{1}{4}}$ mieszanki.

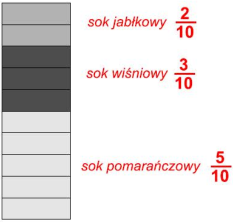
Ⓟ W pewnej klasie stosunek dziewcząt do chłopców wynosi $\underbrace{3 : 5}_{3+5}$.

To znaczy, że dziewczęta stanowią $\mathbf{\frac{3}{8}}$ a chłopcy $\mathbf{\frac{5}{8}}$ klasy.

Ⓟ Zmieszano 2 szklanki soku jabłkowego z 3 szklankami soku wiśniowego i 5 szklankami soku pomarańczowego.

Mamy więc stosunek soków jabłkowego do wiśniowego i do pomarańczowego $\underbrace{2 : 3 : 5}_{2+3+5}$

To znaczy, że np. sok wiśniowy to $\frac{3}{10}$ całego napoju.


sok jabłkowy $\frac{2}{10}$
sok wiśniowy $\frac{3}{10}$
sok pomarańczowy $\frac{5}{10}$

Przykłady TYPOWYCH zadań
dotyczących stosunków liczbowych

W większości zadań do ich rozwiązania możemy używać **proporcji!**

Zadanie, w którym pytamy o *całość.*

Ⓟ1 W pewnej klasie stosunek dziewcząt do chłopców wynosi $\underbrace{2:3}_{\text{razem } 2+3}$. Ile osób liczy ta klasa, jeśli chłopców jest 12?

Na grupę 5 osobową przypada 3 chłopców,

$$\left.\begin{array}{ccc}5 & \text{———} & 3\\ x & \text{———} & 12\end{array}\right\}$$

Te same *jednostki,* mają być po tej samej stronie proporcji (czyli tutaj *chłopcy po prawej*)

to ile liczy klasa, jeśli jest 12 chłopców?

$$x=\frac{5\cdot 12}{3}=\frac{60}{3}=20$$

Odp.: Klasa liczy 20 uczniów.

Zadanie to można rozwiązać na inne sposoby, np.:

x - liczba osób w klasie

Chłopcy to $\frac{3}{5}$ z całej klasy (x) i jest ich 12, więc: $\frac{3}{5}x = 12 \quad / : \frac{3}{5}$

$$x = 12 : \frac{3}{5} = \frac{12}{1} \cdot \frac{5}{3} = \frac{60}{3} = 20$$

Odp.: Klasa liczy 20 uczniów.

Kolejne przykłady zadań, w którym pytamy o *całość.*

P_2

Do otrzymania pewnego napoju mieszamy wodę z sokiem jabłkowym
i wiśniowym w stosunku 5:2:1.
Ile napoju otrzymamy używając 4 szklanki wody?

razem 5+2+1=8

Z 5 szklanek wody otrzymamy 8 szklanek napoju,

$$\begin{array}{ccc} 5 & \text{———} & 8 \\ 4 & \text{———} & x \end{array}$$

to jeśli użyjemy 4 szklanek, to ile napoju otrzymamy?

$$x = \frac{4 \cdot 8}{5} = \frac{32}{5} = 5{,}4$$

Odp.: Otrzymamy 5,4 szklanek napoju.

P_3

Do wyprodukowania betonu łączymy piasek, żwir, cement i wodę
w stosunku 45:85:25:12.
Ile betonu otrzymamy mając do wykorzystania 200 kg cementu?

Używając 25 kg cementu otrzymamy łącznie 167 kg betonu,

$$\begin{array}{ccc} 25 & \text{———} & 167 \\ 200 & \text{———} & x \end{array}$$

to jeśli użyjemy 200 kg cementu, to ile betonu otrzymamy?

$$x = \frac{200 \cdot 167}{25} = \frac{33400}{25} = 1336$$

Odp.: Otrzymamy 1336 kg betonu.

Teraz przykłady zadań, w których pytamy o *jedną z części.*

P_4 W pewnej 18-osobowej klasie stosunek dziewcząt do chłopców wynosi 4:5. Ilu jest chłopców w tej klasie?

razem 4+5

Na 9-osobową grupę jest 5 chłopców,

$$\begin{array}{ccc} 9 & \text{———} & 5 \\ 18 & \text{———} & x \end{array}$$

to na całą 18-osobową klasę będzie ich ...?

$$x=\frac{5\cdot 18}{9}=\frac{90}{9}=10$$

Odp.: W tej klasie jest 10 chłopców.

Proporcje do tego zadania mogą oczywiście być napisane w *innej kolejności:*

Ile jest chłopców w 18-osobowej klasie,

$$\begin{array}{ccc} x & \text{———} & 18 \\ 5 & \text{———} & 9 \end{array}$$

jeśli 5 przypada na grupę 9-osobową tej klasy

lub np.

W 18-osobowej klasie jest nieznana liczba chłopców,

$$\begin{array}{ccc} 18 & \text{———} & x \\ 9 & \text{———} & 5 \end{array}$$

a w 9-osobowej grupie z tej klasy jest ich 5.

Kolejne przykłady zadań, w których pytamy o *jedną z części.*

P_5 Do wyprodukowania pewnego gatunku betonu łączymy piasek, żwir, cement i wodę w stosunku 5:10:3:2.
Ile potrzebujemy poszczególnych składników do wyprodukowania 1 tony betonu?

Ze względów praktycznych i wygody obliczeń, zamieniamy tonę na 1000 kg.

Piasek

Z 5 kg piasku otrzymamy 20 kg betonu,

$$\begin{array}{lcl} 5 & \text{———} & 20 \\ x & \text{———} & 1000 \end{array}$$

(Jeśli nie wiesz skąd się wzięło 20, to zobacz poprzednie przykłady!)

tak więc z ilu (x) kg piasku otrzymamy 1000 kg betonu (czyli tonę)

$$x=\frac{5\cdot 1000}{20}=\frac{500\cancel{0}}{2\cancel{0}}=\frac{500}{2}=250$$

Żwir

$$\begin{array}{lcl} 10 & \text{———} & 20 \\ x & \text{———} & 1000 \end{array}$$

$$x=\frac{10\cdot 1000}{20}=\frac{10000}{20}=500$$

Cement

$$\begin{array}{lcl} 3 & \text{———} & 20 \\ x & \text{———} & 1000 \end{array}$$

$$x=\frac{3\cdot 1000}{20}=\frac{3000}{20}=150$$

Woda

$$\begin{array}{lcl} 2 & \text{———} & 20 \\ x & \text{———} & 1000 \end{array}$$

$$x=\frac{2\cdot 1000}{20}=\frac{2000}{20}=100$$

Odp.: Na wyprodukowanie 1 tony tego betonu potrzeba 250 kg piasku, 500 kg żwiru, 150 kg cementy i 100 kg wody.

Przykłady *nieco trudniejszych* zadań tego typu.

Określenie *nieco trudniejsze* oznacza, że nie wystarczy ułożenie proporcji i *po wszystkim*! Zadania takie wymagają dodatkowej wiedzy, np. o figurach, jednostkach, itp., lub też dodatkowych obliczeń, o których pozornie *nic nie mówią w zadaniu*.

P_6 Po ile stopni mają kąty w trójkącie, jeśli stosunek ich miar wynosi 1:2:3?

Aby rozwiązać to zadanie należy wiedzieć, że suma miar kątów w trójkącie wynosi zawsze 180°.

Proporcja 1:2:3 oznacza, że:

pierwszy kąt to $\frac{1}{6}$ sumy wszystkich kątów

drugi kąt to $\frac{2}{6}$ sumy wszystkich kątów

trzeci kąt to $\frac{3}{6}$ sumy wszystkich kątów

(Jeśli nie wiesz skąd się wzięło 6, to wróć do wcześniejszych wyjaśnień)

Pierwszy kąt: $\frac{1}{6} \cdot 180 = 30$

Drugi kąt: $\frac{2}{6} \cdot 180 = 60$

Trzeci kąt: $\frac{3}{6} \cdot 180 = 90$

Odp.: Kąty mają miary 30°, 60° i 90°.

Rozwiązanie tego zadania proporcją:

6 równych kątów (części) to razem 180 stopni,

$$6 \text{ ——— } 180$$

$$1 \text{ ——— } x$$

to 1 taka część (kąt) wynosi x stopni

$$x = 30^{\circ}$$

itd. dla pozostałych kątów

Kolejne przykłady *nieco trudniejszych* zadań tego typu.

P7 Inwar to stop żelaza z niklem i chromem. Firma, która go produkuje stosuje proporcję 15:9:1.
Ile niklu potrzeba na wykonanie inwarowego wspornika w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 5 cm x 5 cm x 80 cm?

(gęstość inwaru wynosi 8 $\frac{g}{cm^3}$)

Aby rozwiązać to zadanie (np. za pomocą proporcji) potrzebujemy znać masę (wagę) opisanego w zadaniu wspornika. Wykorzystamy informację o gęstości inwaru, którą należy rozumieć tak: 1 cm^3 inwaru waży 8 gramów.

Najpierw musimy obliczyć objętość wspornika, a że jak podano to prostopadłościan więc:

$$V = abH$$

$$V = 5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} \cdot 80\text{ cm}$$

$$V = 2000\text{ cm}^3$$

Teraz możemy obliczyć ile on waży:

$$1\text{ cm}^3 \text{ ——— } 8\text{ g}$$

$$2000\text{ cm}^3 \text{ ——— } x\text{ g}$$

$$x = 250\text{ g}$$

Tak więc cały wspornik waży 250 g, a ilość w nim niklu to:

Na 25 g całego stopu potrzeba 9 g niklu,

$$25 \text{ ——— } 9$$

$$250 \text{ ——— } x$$

To na 250 g stopu potrzeba x g niklu,

$$x = \frac{9 \cdot 250}{25} = \frac{2250}{25} = 90$$

Odp.: Na wykonanie takiego wspornika potrzeba 90 g niklu.

Przykłady zadań
do SAMODZIELNEGO rozwiązania

Zad. 1 Zmieszano 3 szklanki wody z 2 szklankami soku malinowego i 1 szklanką soku jabłkowego. Jaki jest stosunek soku malinowego do soku jabłkowego i do wody?

Zad. 2 Sporządzono z cukru i wody syrop do deseru mieszając je w stosunku 5:3. Ile procent masy tego syropu stanowi masa cukru?

Zad. 3 W pewnej klasie stosunek dziewcząt do chłopców wynosi 3:2. Ile osób liczy ta klasa, jeśli dziewcząt jest 9?

Zad. 4 Do otrzymania pewnego napoju mieszamy wodę z sokiem jabłkowym i wiśniowym w stosunku 6:3:1.
Ile napoju otrzymamy używając 3 szklanki wody?

Zad. 5 Według ustawy z dnia 31 stycznia 1980 r. o godle, barwach i hymnie Rzeczypospolitej Polskiej, flagą Polski jest prostokątny płat tkaniny o barwach Rzeczypospolitej Polskiej i proporcji 5:8.
Ile cm długości powinna mieć flaga o szerokości 40 cm?

Zad. 6 Konstantan to stop miedzi i niklu w stosunku 3:2.
Ile niklu potrzeba na wykonanie konstantanowego elementu w kształcie sześcianu o krawędzi 5 cm?

(gęstość konstantanu wynosi $9\ \frac{g}{cm^3}$)