

Jednostki pola powierzchni

milimetr kwadratowy

mm^2

■ 1 mm
1 mm

centymetr kwadratowy

cm^2

■ 1 cm
1 cm

decymetr kwadratowy

dm^2

■ 1 dm
(10 cm)
1 dm
(10 cm)

metr kwadratowy

m^2

■ 1 m
(100 cm)
(10 dm)
1 m
(100 cm)
(10 dm)

ar

■ 10 m
10 m

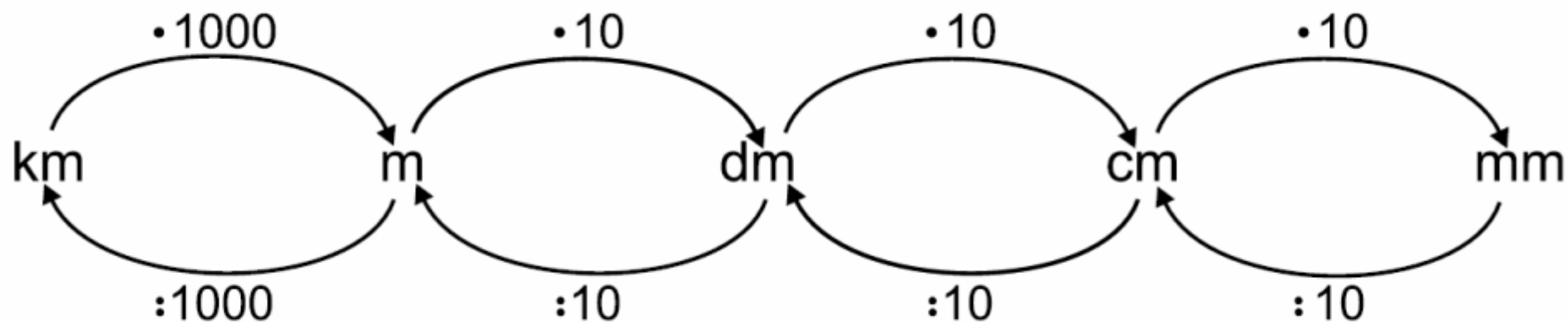
hektar
ha

■ 100 m
100 m

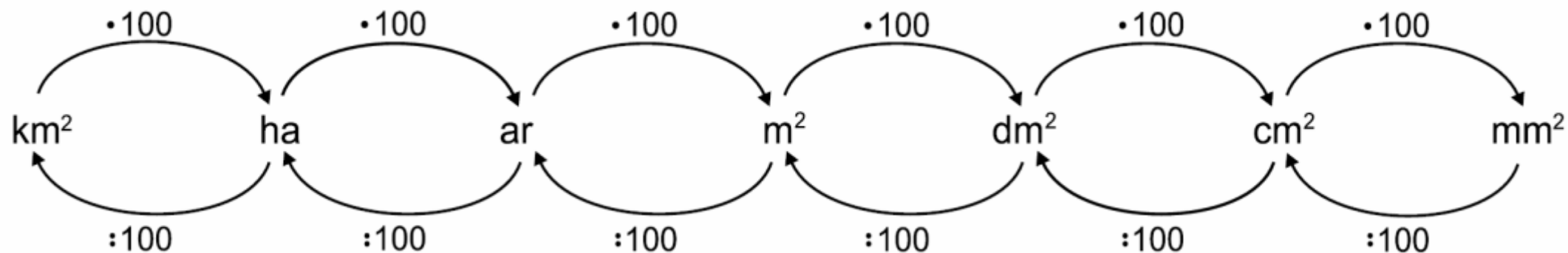
kilometr kwadratowy
 km^2

■ 1 km
(1000 m)
1 km
(1000 m)

Jednostki długości - zamiana

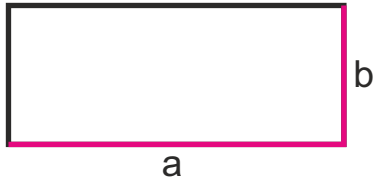


Jednostki pola - zamiana



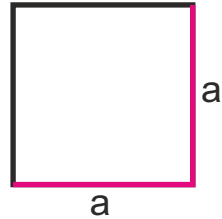
Pola figur

Prostokąt



$$P = ab$$

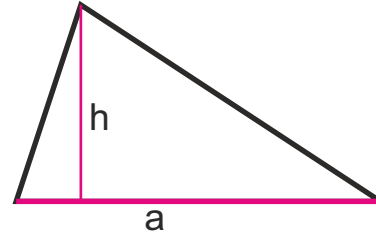
Kwadrat



$$P = a^2$$

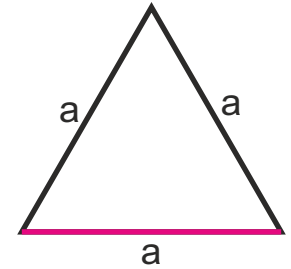
bo $P = a \cdot a$

Trójkąt



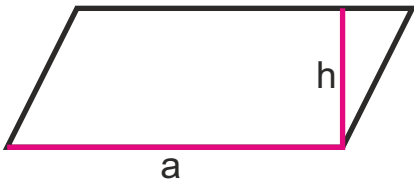
$$P = \frac{ah}{2}$$

Trójkąt równoboczny



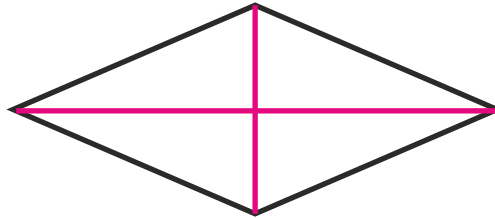
$$P = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

Równoległobok



$$P = ah$$

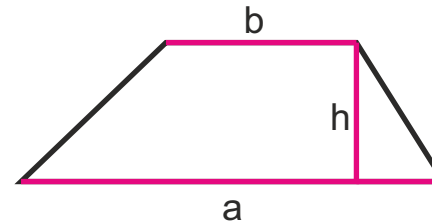
Romb



$$P = \frac{d_1 d_2}{2}$$

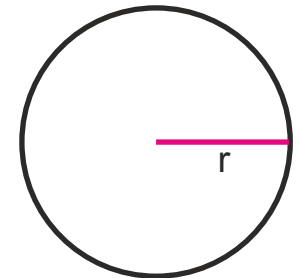
d_1 , d_2 - przekątne

Trapez



$$P = \frac{(a+b)h}{2}$$

Koło

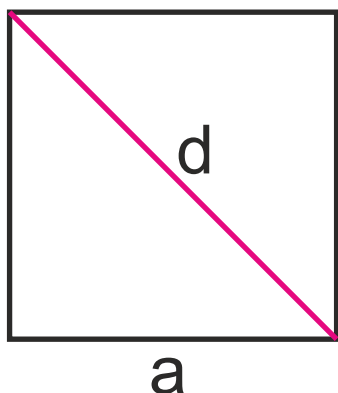


$$P = r^2$$

Zauważ, że w obliczaniu pola wielokątów biorą udział TYLKO POZIOME i PIONOWE odcinki (te na różowo) - nigdy jakieś skośne!

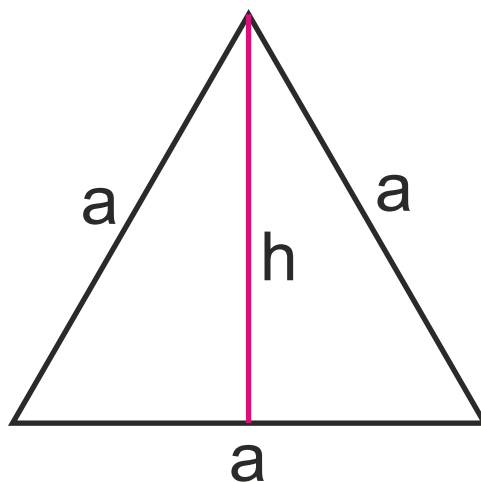
Jeszcze trzy **OBOWIĄZKOWE** wzory wykorzystywane w zadaniach:

Wzór na
przekątną kwadratu



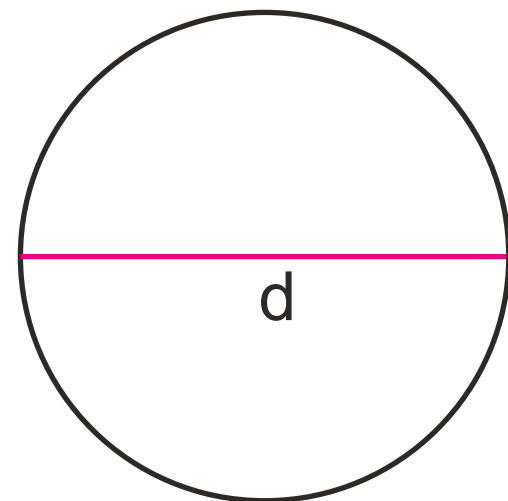
$$d = a\sqrt{2}$$

Wzór na wysokość
trójkąta równobocznego



$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

Wzór na długość okręgu
(lub obwód koła)



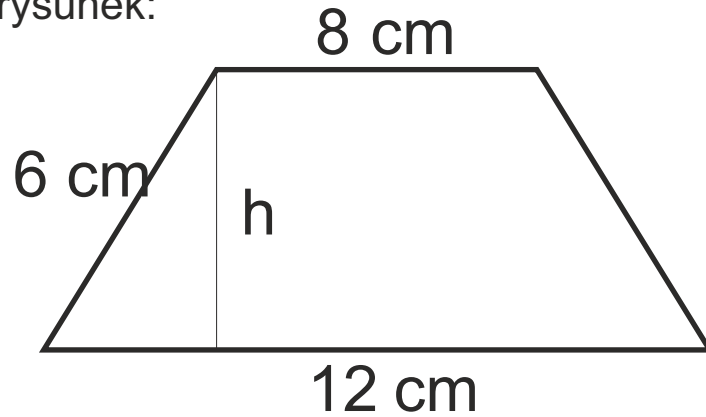
$$l = d$$

$$(d = 2r)$$

Przykłady typowych zadań dotyczących pola powierzchni (na poziomie klasy 8):

Oblicz pole powierzchni trapezu równoramiennego o podstawach 12 i 8 cm oraz ramieniu długości 6 cm.

Najpierw rysunek:

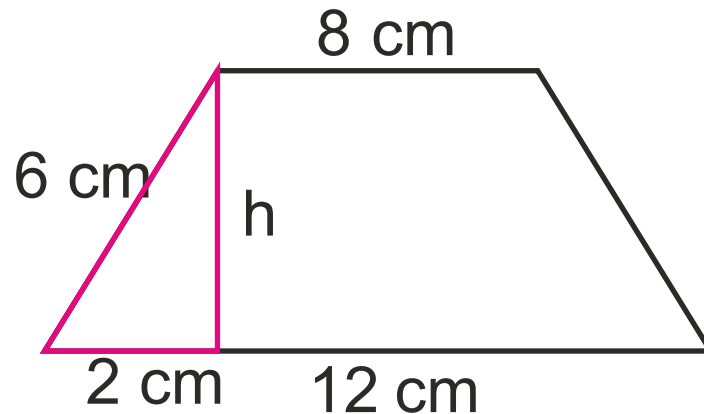


Teraz wzór na pole trapezu:

$$P = \frac{(a+b)h}{2}$$

← Nie znamy wysokości h

Szukamy trójkąta prostokątnego i obliczamy wysokość wykorzystując tw. Pitagorasa:



(wiesz dlaczego 2 cm?)

$$\begin{aligned}2^2 + h^2 &= 6^2 \\4 + h^2 &= 36 \\h^2 &= 36 - 4 \\h^2 &= 32 \\h &= \sqrt{32}\end{aligned}$$

Teraz możemy obliczyć pole:

$$\begin{aligned}P &= \frac{(a+b)h}{2} \\P &= \frac{(12+8) \cdot \sqrt{32}}{2} \\P &= \frac{20\sqrt{32}}{2} \\P &= 10\sqrt{32} \text{ cm}^2\end{aligned}$$

ciąg dalszy ↘

Otrzymaliśmy rozwiązanie, ale jak się domyślacie pewnie nie będzie go w odpowiedziach na Egaminie:

$$P = 10\sqrt{32} \text{ cm}^2$$

Musimy jeszcze wyłączyć stałą przed znak pierwiastka:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

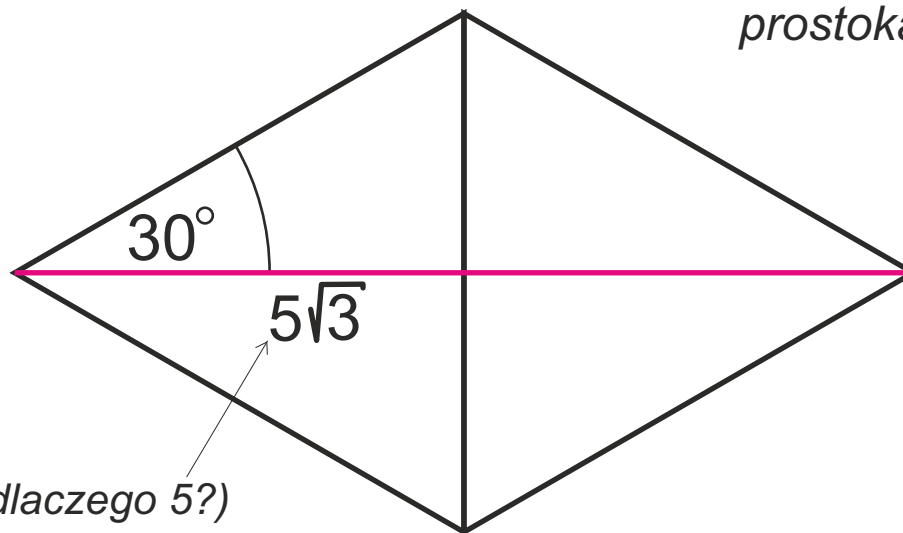
Tak więc ostatecznie:

$$P = 10\sqrt{32} \text{ cm}^2 = 10 \cdot 4\sqrt{2} = 40\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

⒫

Dłuższa przekątna rombu o długości $10\sqrt{3}$ cm, tworzy z bokiem kąt 30° .
Oblicz pole tego rombu.

Najpierw rysunek:



(Wiesz dlaczego 5?)

Pitagoras nic tu nie pomoże (jest trójkąt prostokątny ale znamy w nim TYLKO jeden bok)

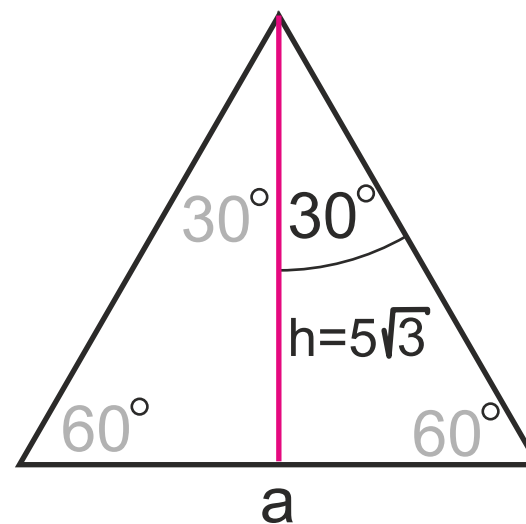
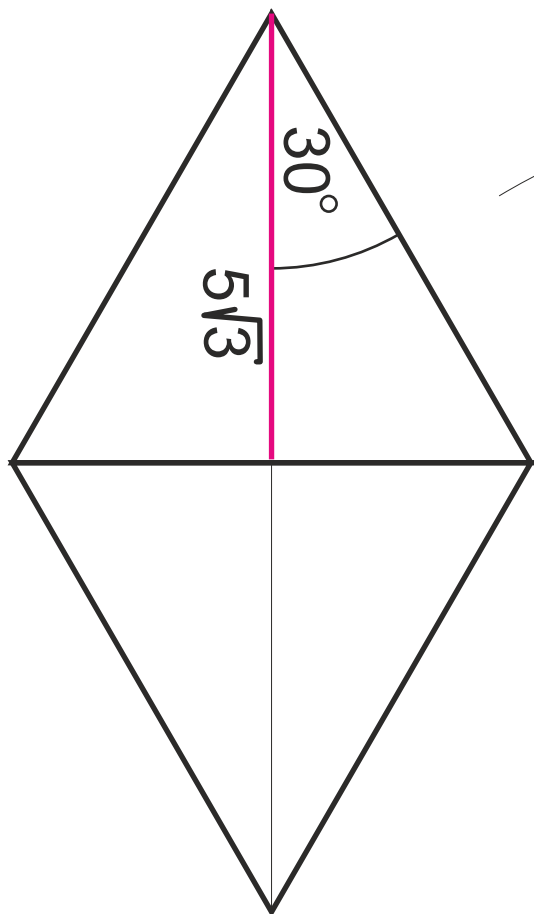
Wskazówką jest kąt - 30°

Gdzie jest taki kąt?

W trójkącie równobocznym:

ciąg dalszy $\rightarrow$

Obróćmy nasz romb, aby każdy mógł zobaczyć, że składa się z dwóch trójkątów równobocznych, a odcinek $5\sqrt{3}$ to wysokość takiego jednego trójkąta.



Widać, że bok a trójkąta równobocznego, to jednocześnie krótsza przekątna rombu. Możemy obliczyć jej długość:

wykorzystamy wzór na h w trójkącie równobocznym (bo wysokość znamy)

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

Przekształcimy ten wzór wyznaczając z niego a :

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} a = h$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = h \quad / : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a = h : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{1} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10$$

Piszemy tak znak dzielenia (a nie kreską ułamkową) bo będziemy dzielić przez ułamek.

Możemy teraz obliczyć pole rombu, gdyż obliczone a to jednocześnie krótsza przekątna rombu)

$$P = \frac{d_1 d_2}{2}$$

dłuższa przekątna (z treści zadania)

krótsza przekątna (z tego obliczenia)

$$P = \frac{10\sqrt{3} \cdot 10}{2}$$

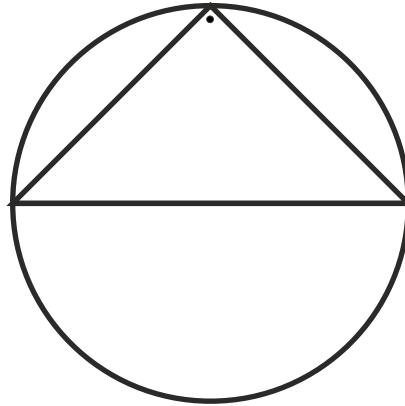
$$P = \frac{100\sqrt{3}}{2}$$

$$P = 50\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

ZADANIA

Zad. 1 W pewnym kole dwie cięciwy wraz ze średnicą utworzyły trójkąt prostokątny równoramienny (zobacz rysunek).

Oblicz pole tego koła, jeśli jedna z tych cięciw ma długość $5\sqrt{2}$ cm.



Zad. 2 W trapezie prostokątnym o podstawie dolnej 18 cm, krótsza przekątna o długości $8\sqrt{3}$ cm tworzy z wysokością AD kąt 60° (zobacz rysunek). Oblicz pole tego trapezu.

